

SZCZEGÓŁOWE WYMAGANIA EDUKACYJNE Z MATEMATYKI

Klasa IV technikum – zakres podstawowy i rozszerzony

Zespół Szkół Technicznych w Grudziądzu • rok szkolny 2026/2027

Przedmiot	Matematyka
Klasa / poziom	IV technikum – zakres podstawowy i rozszerzony
Materiały	Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro – M. Kurczab, E. Kurczab, E. Świda
Główne działy wg rozkładu Pazdro	Trygonometria; geometria analityczna; kombinatoryka; funkcja wykładnicza i logarytmiczna; rachunek prawdopodobieństwa i elementy statystyki opisowej; geometria przestrzenna – wielościany
Charakter dokumentu	Szczegółowe, narastające wymagania edukacyjne na oceny 2–6

Zasada narastania wymagań. Uczeń ubiegający się o daną ocenę powinien opanować także wymagania przewidziane na oceny niższe. Ocenie podlegają: sprawność rachunkowa, poprawność rozumowania, język matematyczny, dobór metod, interpretacja wyników, modelowanie, argumentowanie i dowodzenie.

Ocena celująca. Nie wymaga obowiązkowego opanowania treści wykraczających poza program; oznacza bardzo wysoki stopień opanowania wymagań programowych, samodzielność, rozwiązywanie zadań nietypowych i problemowych, uogólnianie, argumentowanie i dowodzenie.

Dział / zakres szczegółowy	2 – dopuszczający	3 – dostateczny	4 – dobry	5 – bardzo dobry	6 – celujący
I. TRYGONOMETRIA					
1. Miara łukowa kąta	zamienia proste miary stopniowe na radiany i odwrotnie; zaznacza typowe kąty	sprawnie przelicza stopnie i radiany; stosuje długość łuku w prostych zadaniach	stosuje miarę łukową w zadaniach wymagających kilku obliczeń	rozwiązuje złożone problemy z miarą łukową i interpretuje wynik	rozwiązuje nietypowe zadania i uzasadnia zależności między miarami
2. Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta	określa znak sinusa, cosinusa i tangensa w ćwiartkach; zna podstawowe wartości	wyznacza wartości funkcji dla typowych kątów i korzysta z koła trygonometrycznego	wykorzystuje zależności między funkcjami do obliczeń i przekształceń	analizuje złożone zależności i warunki dotyczące kąta	rozwiązuje nietypowe problemy trygonometryczne i uzasadnia rozwiązania
3. Wykresy funkcji sinus i cosinus	rozpoznaje wykresy; odczytuje okres, miejsca zerowe i wartości	określa dziedzinę, zbiór wartości, monotoniczność i ekstrema	szkicuje i analizuje wykresy po podstawowych przekształceniach	badą wpływ parametrów na wykres i rozwiązuje złożone zadania	rozwiązuje nietypowe zadania parametryczne dotyczące wykresów
4. Wykres funkcji tangens	rozpoznaje wykres, dziedzinę, miejsca zerowe i asymptoty	określa okres i monotoniczność; szkicuje typowe przekształcenia	analizuje wpływ parametrów i rozwiązuje zadania z wykresem	łączy własności funkcji z równaniami i nierównościami	rozwiązuje nietypowe problemy funkcyjne i parametryczne
5. Tożsamości trygonometryczne	stosuje jedynkę trygonometryczną i podstawowe zależności	przekształca proste wyrażenia i wyznacza brakującą wartość funkcji	dowodzi typowych tożsamości i sprawnie przekształca wyrażenia	dowodzi złożonych tożsamości, dobierając właściwe zależności	samodzielnie konstruuje wieloetapowe dowody nietypowych tożsamości
6. Wzory redukcyjne	stosuje najprostsze wzory redukcyjne dla typowych kątów	wyznacza wartości funkcji kątów związanych z kątem danym	sprawnie dobiera wzór redukcyjny i upraszcza wyrażenia	wykorzystuje wzory w złożonych przekształceniach i dowodach	rozwiązuje nietypowe zadania wymagające wieloetapowej redukcji
7. Równania trygonometryczne	rozwiązuje najprostsze równania $\sin x=a$, $\cos x=a$, $\tg x=a$	rozwiązuje typowe równania i zapisuje pełne rodziny rozwiązań	stosuje przekształcenia i tożsamości w równaniach	rozwiązuje złożone równania oraz analizuje rozwiązania w przedziale	rozwiązuje nietypowe równania i zadania z parametrem
8. Nierówności trygonometryczne	rozwiązuje najprostsze nierówności z pomocą wykresu lub koła	rozwiązuje typowe nierówności i zapisuje rozwiązania okresowe	wykorzystuje przekształcenia i własności funkcji	rozwiązuje złożone nierówności i analizuje kilka warunków	przeprowadza pełną analizę nietypowych nierówności parametrycznych
II. GEOMETRIA ANALITYCZNA					
9. Wektory na płaszczyźnie	wyznacza współrzędne i długość wektora	dodaje i odejmuje wektory; mnoży wektor przez liczbę	stosuje działania na wektorach do badania figur	rozwiązuje wieloetapowe zadania wektorowe	stosuje metody wektorowe w nietypowych dowodach
10. Współliniowość i równoległość wektorów	rozpoznaje wektory równoległe w prostych przypadkach	sprawdza równoległość i wyznacza brakujące współrzędne	stosuje warunki do badania współliniowości punktów	rozwiązuje złożone zadania z parametrami	przeprowadza nietypowe rozumowania i dowody wektorowe
11. Równanie prostej	rozpoznaje postać kierunkową i ogólną; sprawdza przynależność punktu	wyznacza równanie prostej z typowych danych	sprawnie przechodzi między postaciami i interpretuje współczynniki	rozwiązuje złożone zadania z prostymi	rozwiązuje nietypowe zadania parametryczne i dowodowe
12. Równoległość i prostopadłość prostych	rozpoznaje proste równoległe i prostopadłe	stosuje warunki i wyznacza równania prostych	wykorzystuje warunki w zadaniach geometrycznych	łączy kilka warunków w problemach analitycznych	przeprowadza nietypowe dowody analityczne
13. Odległość punktu od prostej	stosuje wzór w prostych przykładach	oblicza odległość i rozwiązuje typowe zadania	wykorzystuje odległość do badania figur i położeń	łączy ją z innymi metodami analitycznymi	rozwiązuje nietypowe problemy optymalizacyjne i parametryczne
14. Równanie okręgu	odczytuje środek i promień z postaci kanonicznej	zapisuje równanie okręgu z danych	wyznacza równanie z bardziej złożonych warunków	rozwiązuje złożone problemy dotyczące okręgu	analizuje nietypowe zadania parametryczne
15. Wzajemne położenie prostej i okręgu	rozpoznaje podstawowe położenia	wyznacza punkty wspólne w typowych przypadkach	badą liczbę punktów wspólnych algebraicznie	analizuje styczność i warunki z parametrem	rozwiązuje nietypowe zadania dowodowe i konstrukcyjne
16. Wzajemne położenie dwóch okręgów	rozpoznaje położenia na podstawie rysunku i danych	określa położenie na podstawie promieni i odległości środków	wyznacza punkty wspólne w typowych zadaniach	rozwiązuje złożone problemy z warunkami styczności	rozwiązuje nietypowe problemy analityczne
17. Symetria osiowa i środkowa	wyznacza obrazy punktów w podstawowych symetriach	wyznacza obrazy prostych i prostych figur	stosuje symetrię w zadaniach analitycznych	rozwiązuje złożone problemy z prostymi i okręgami	przeprowadza nietypowe dowody z użyciem symetrii
18. Jednokładność w układzie współrzędnych	rozpoznaje jednokładność i wyznacza obraz punktu	wyznacza obrazy figur i stosuje skalę jednokładności	stosuje własności jednokładności w zadaniach	rozwiązuje złożone problemy analityczno-geometryczne	wykorzystuje jednokładność w nietypowych dowodach
III. KOMBINATORYKA					
19. Reguła dodawania	stosuje regułę w prostych sytuacjach	rozwiązuje typowe zadania z rozłącznymi przypadkami	samodzielnie dzieli problem na przypadki	łączy regułę dodawania z innymi metodami zliczania	rozwiązuje nietypowe problemy i uzasadnia kompletny podział
20. Reguła mnożenia	stosuje prostą regułę mnożenia	wykorzystuje ją w typowych zadaniach etapowych	rozwiązuje problemy wieloetapowe	łączy reguły dodawania i mnożenia	tworzy własne strategie zliczania w nietypowych sytuacjach
21. Permutacje	oblicza liczbę permutacji prostego zbioru	rozwiązuje typowe zadania o ustawieniach	uwzględnia dodatkowe ograniczenia	rozwiązuje złożone problemy z warunkami	rozwiązuje nietypowe zadania i formalnie uzasadnia metodę
22. Wariacje bez powtórzeń i z powtórzeniami	rozpoznaje typ wariacji w prostych zadaniach	stosuje właściwy wzór	rozróżnia i dobiera wariacje do problemu	rozwiązuje złożone zadania z ograniczeniami	samodzielnie modeluje nietypowe problemy
23. Kombinacje	oblicza proste symbole Newtona i rozpoznaje wybór bez kolejności	stosuje wzór na kombinacje w typowych zadaniach	rozwiązuje problemy o wyborze z dodatkowymi warunkami	łączy kombinacje z regułami zliczania	rozwiązuje nietypowe zadania dowodowe i problemowe
24. Złożone zadania kombinatoryczne	rozpoznaje podstawową metodę zliczania	rozwiązuje typowe problemy	łączy kilka technik i stosuje dopełnienie	analizuje złożone przypadki i kontroluje podwójne zliczanie	tworzy i uzasadnia własne strategie kombinatoryczne
IV. FUNKCJA WYKŁADNICZA I LOGARYTMICZNA					
25. Funkcja wykładnicza	rozpoznaje funkcję i szkicuje podstawowy wykres	określa dziedzinę, zbiór wartości i monotoniczność	analizuje wpływ podstawy i przekształcenia wykresu	rozwiązuje złożone zadania funkcyjne	rozwiązuje nietypowe problemy z parametrem
26. Równania wykładnicze	rozwiązuje najprostsze równania przez sprowadzenie do wspólnej podstawy	rozwiązuje typowe równania	stosuje podstawienie i przekształcenia	rozwiązuje złożone równania wymagające łączenia metod	rozwiązuje nietypowe zadania parametryczne
27. Nierówności wykładnicze	rozwiązuje najprostsze nierówności	wykorzystuje monotoniczność funkcji wykładniczej	stosuje przekształcenia i podstawienia	rozwiązuje złożone nierówności	analizuje nietypowe problemy parametryczne
28. Funkcja logarytmiczna	rozpoznaje funkcję, określa dziedzinę i szkicuje wykres	określa podstawowe własności i monotoniczność	analizuje wpływ podstawy oraz przekształcenia wykresu	rozwiązuje złożone zadania funkcyjne	rozwiązuje nietypowe problemy i zadania z parametrem
29. Równania logarytmiczne	rozwiązuje najprostsze równania z kontrolą dziedziny	stosuje definicję i własności logarytmów	wykorzystuje podstawienia i przekształcenia	rozwiązuje złożone równania i analizuje warunki	przeprowadza pełną analizę równań z parametrem
30. Nierówności logarytmiczne	rozwiązuje najprostsze nierówności z dziedziną	wykorzystuje monotoniczność funkcji logarytmicznej	stosuje własności logarytmów i przekształcenia	rozwiązuje złożone nierówności	rozwiązuje nietypowe nierówności parametryczne
31. Zastosowania funkcji wykładniczej i logarytmicznej	wykonuje proste obliczenia praktyczne	stosuje typowe modele wzrostu i spadku	rozwiązuje zadania finansowe i przyrodnicze	analizuje i porównuje złożone modele	samodzielnie tworzy, interpretuje i ocenia modele matematyczne
V. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA I STATYSTYKA OPISOWA					

Dział / zakres szczegółowy	2 – dopuszczający	3 – dostateczny	4 – dobry	5 – bardzo dobry	6 – celujący
32. Doświadczenie losowe i zdarzenia	rozpoznaje doświadczenie, wynik i zdarzenie losowe	zapisuje przestrzeń zdarzeń elementarnych i proste zdarzenia	wykonuje działania na zdarzeniach	analizuje złożone relacje między zdarzeniami	rozwiązuje nietypowe problemy probabilistyczne
33. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa	oblicza prawdopodobieństwo w prostych doświadczeniach	stosuje definicję w typowych zadaniach	łączy prawdopodobieństwo z kombinatoryką	rozwiązuje złożone zadania wymagające starannego modelowania	tworzy własne modele przestrzeni zdarzeń i uzasadnia równoprawdopodobieństwo
34. Własności prawdopodobieństwa	zna podstawowe własności i zdarzenie przeciwne	stosuje wzór na zdarzenie przeciwne i sumę zdarzeń	wykorzystuje działania na zdarzeniach w typowych problemach	rozwiązuje złożone zadania z kilkoma zdarzeniami	przeprowadza nietypowe rozumowania i dowody probabilistyczne
35. Prawdopodobieństwo warunkowe	rozumie warunek w prostym doświadczeniu	oblicza proste prawdopodobieństwa warunkowe	stosuje wzór w typowych zadaniach	rozwiązuje wieloetapowe problemy i interpretuje warunek	analizuje nietypowe sytuacje probabilistyczne
36. Niezależność zdarzeń	rozpoznaje proste przykłady niezależności	sprawdza niezależność dwóch zdarzeń za pomocą wzoru	stosuje niezależność w typowych zadaniach	analizuje złożone warunki i zależności	rozwiązuje nietypowe zadania dowodowe
37. Schemat Bernoulliego	rozpoznaje serię niezależnych prób z dwoma wynikami	oblicza prawdopodobieństwo określonej liczby sukcesów	stosuje schemat w typowych zadaniach	rozwiązuje złożone problemy dotyczące co najmniej/co najwyżej określonej liczby sukcesów	analizuje nietypowe zadania parametryczne i optymalizacyjne
38. Dane statystyczne i ich prezentacja	odczytuje dane z tabel, diagramów i wykresów	porządkuje i przedstawia dane w typowej formie	interpretuje i porównuje różne reprezentacje	ocenia sposób prezentacji i formułuje wnioski	krytycznie analizuje dane i wykrywa potencjalnie mylące prezentacje
39. Średnia, mediana, dominanta i kwartyle	oblicza średnią, medianę i dominantę dla prostych danych	stosuje miary położenia w typowych zestawach	porównuje zbiory danych i interpretuje miary	analizuje wpływ zmian i wartości odstających	rozwiązuje nietypowe problemy statystyczne i uzasadnia dobór miary
40. Miary rozproszenia	oblicza rozstęp i proste miary według podanego schematu	oblicza i interpretuje wariancję lub odchylenie standardowe w typowych danych	porównuje zróżnicowanie zbiorów danych	analizuje dane z użyciem kilku miar położenia i rozproszenia	formułuje i uzasadnia pogłębione wnioski statystyczne
VI. GEOMETRIA PRZESTRZENNA – WIEŁOŚCIANY					
41. Proste i płaszczyzny w przestrzeni	rozpoznaje podstawowe wzajemne położenia	wskazuje proste równoległe, skośne i prostopadłe oraz relacje z płaszczyzną	stosuje zależności w typowych zadaniach	uzasadnia położenie elementów w złożonych bryłach	rozwiązuje nietypowe zadania dowodowe
42. Kąt między prostymi. Kąt prostej z płaszczyzną	rozpoznaje właściwy kąt w prostej bryle	oblicza kąty w typowych graniastopach i ostrosłupach	stosuje trygonometrię i konstrukcje pomocnicze	rozwiązuje złożone problemy przestrzenne	rozwiązuje nietypowe zadania i uzasadnia konstrukcję kąta
43. Kąt dwuścienny	rozpoznaje kąt dwuścienny i jego kąt liniowy	wyznacza kąt liniowy w typowej bryle	oblicza miary z użyciem trygonometrii	stosuje konstrukcje pomocnicze w złożonych zadaniach	rozwiązuje nietypowe problemy przestrzenne
44. Graniastop	rozpoznaje elementy; stosuje podstawowe wzory na pole i objętość	oblicza pola, objętości, przekątne w typowych zadaniach	wykorzystuje przekroje, Pitagorasa i trygonometrię	rozwiązuje złożone zadania wieloetapowe	rozwiązuje nietypowe problemy optymalizacyjne i dowodowe
45. Graniastop prawidłowy	rozpoznaje graniastop prawidłowy i jego elementy	oblicza podstawowe długości, pola i objętości	wyznacza przekątne i kąty	analizuje złożone zależności przestrzenne	rozwiązuje nietypowe zadania wieloetapowe
46. Ostrosłup	rozpoznaje elementy i stosuje podstawowe wzory	oblicza pole i objętość w typowych przypadkach	stosuje Pitagorasa i trygonometrię do długości i kątów	rozwiązuje złożone zadania z wysokościami i kątami	rozwiązuje nietypowe problemy przestrzenne
47. Ostrosłup prawidłowy	rozpoznaje ostrosłup prawidłowy i jego elementy	oblicza podstawowe długości, pola i objętość	wyznacza kąty między elementami bryły	rozwiązuje wieloetapowe problemy	przeprowadza nietypowe rozumowania geometryczne
48. Przekroje wielościanów	rozpoznaje prosty przekrój na rysunku	wskazuje lub konstruuje typowe przekroje	oblicza długości i pola przekrojów	analizuje złożone przekroje graniastopów i ostrosłupów	samodzielnie konstruuje i analizuje nietypowe przekroje
49. Pole powierzchni i objętość – zadania problemowe	stosuje podstawowe wzory	rozwiązuje typowe zadania rachunkowe	łączy wzory z geometrią płaską i trygonometrią	rozwiązuje złożone zadania praktyczne i optymalizacyjne	tworzy modele przestrzenne i rozwiązuje nietypowe problemy

Uwagi organizacyjne. Kolejność szczegółowych zagadnień może być dostosowana do przyjętego w ZST rozkładu materiału i organizacji pracy klasy. Dokument należy stosować łącznie ze statutem szkoły, szkolnymi zasadami oceniania i aktualną podstawą programową. Treści oznaczone przez wydawcę jako nieobowiązujące po zmianach podstawy programowej z 2024 r. nie powinny stanowić koniecznego warunku uzyskania oceny.

